

Поляризационно-неоднородные лазерные моды

В.Г. Низьев

Институт проблем лазерных и информационных технологий
140700, Шатура, Московской области. niziev@mail.ru

Введение

Выходное излучение большинства современных лазеров является поляризационно однородным. При этом эллипсометрические параметры излучения во всех точках поперечного сечения лазерного пучка одинаковы, а распределение поля в поперечном сечении луча описывается решением скалярного волнового уравнения [1].

Существует, однако, большой класс решений векторного волнового уравнения, представляющих поляризационно-неоднородные моды (ПНМ) с уникальными свойствами.

Наибольший практический интерес представляют моды с радиальным и азимутальным направлением поляризации, имеющие аксиальную симметрию всех параметров лазерного луча, включая поляризацию. Часто это свойство лазерных пучков оказывается весьма полезным.

Существуют два принципиальных способа получения осесимметрично поляризованного излучения: внутррезонаторный и внerezонаторный.

Наиболее удобным среди внутррезонаторных методов является использование дифракционных зеркал с высокой локальной поляризационной селективностью. Специальный рисунок рельефа обеспечивает максимальную добротность для заданной моды, например, с азимутальным направлением поляризации. При этом остальные моды подавляются, имея значительные внутррезонаторные потери. Этот метод является предпочтительным для мощных лазеров, имеющих высокий коэффициент усиления активной среды, низкую добротность резонатора и относительно низкое качество излучения.

Внerezонаторные методы формирования ПНМ основаны на когерентной суперпозиции пары обычных мод с помощью интерферометра. Такая техника удобна для лазеров с малой длиной волны, низким коэффициентом усиления и высокой добротностью резонатора. Излучение таких лазеров имеет высокую пространственную и временную когерентность.

В настоящем докладе дан обзор последних достижений в области описания и генерации лазерных мод с осесимметричной поляризацией.

1. Теоретическое описание лазерных пучков с осесимметричной поляризацией.

Широко известны картинка, Рис.1, схематически представляющие принципы формирования ПНМ, радиально и азимутально поляризованных лучей [2].

Однако, теоретическое описание ПНМ по этой схеме с использованием классических решений для Лагерр-Гауссовых мод с однородной поляризацией крайне непродуктивно. Принципиальные трудности на этом пути связаны с серьезными внутренними противоречиями классических решений, перенос которых на ПНМ резко снижает значение такого анализа.

Хорошо известно, что классические решения находятся в противоречии с уравнением Максвелла $\nabla \mathbf{E} = 0$ [3], что делает невозможным формально строго определить границы применимости такого приближения. В классических решениях также пренебрегают продольной компонентой поля, что автоматически не следует из параксиального приближения, а является дополнительным ограничением.

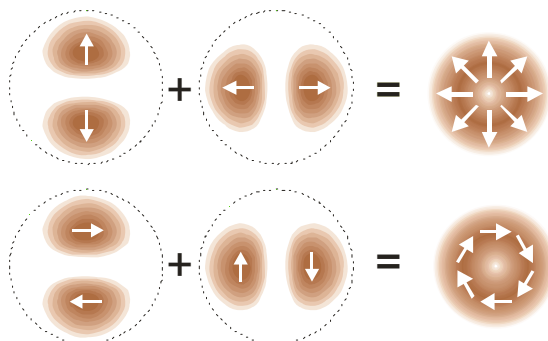


Рис.1. Образование радиально и азимутально поляризованных мод как результат суперпозиции пары линейно поляризованных мод TEM_{01} .

1.1. Параксиальное приближение в цилиндрических координатах

Рассмотрим радиально или азимутально-поляризованные пучки, как наиболее интересные случаи поляризационно-неоднородных мод. Приведем метод теоретического описания пучков с

радиальной или азимутальной поляризацией, лишенный внутренних противоречий и неоправданных приближений.

Будем искать решение в классе азимутально-поляризованных мод. В работе [4] было доказано, что из условия радиальной или азимутальной поляризации автоматически следует осевая симметрия распределения амплитуды поля. Представим искомую функцию в виде: $\mathbf{H} = H_\varphi(r, z) \cdot \mathbf{e}_\varphi(\varphi)$. Уравнение $\nabla \mathbf{E} = 0$ в этом случае удовлетворяется, а векторное волновое уравнение сводится к скалярному:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial z^2} + \left(k^2 - \frac{1}{r^2} \right) H_\varphi = 0$$

Решением последнего уравнения в параксиальном приближении является г-з часть выражения для Лагерр-Гауссовых мод при $q=1$.

$$H_\varphi = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+1)!}} \cdot \frac{1}{w} \cdot (\sqrt{2} \cdot R) \cdot L_p^1(2 \cdot R^2) \cdot \exp(-R^2) \cdot \exp(i\theta) \quad (1)$$

$$\theta = 2 \arctg Z - 2Z \frac{z_0^2}{w_0^2} - ZR^2; \quad R = r/w; \quad R_0 = r/w_0; \quad Z = z/z_0; \quad z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda};$$

$$w^2 = w_0^2 \cdot (1 + Z^2)$$

$$L_p^1(x) = \sum_{m=0}^p (-1)^m \frac{(p+1)!}{(p-m)! (m+1)! m!} x^m$$

Компоненты электрического поля E_r и E_z определяются через уравнение Максвелла $\nabla \times \mathbf{H} = -ik\mathbf{E}$. Эти аналитические выражения довольно громоздки, поэтому выпишем их только в перетяжке $z=0$.

$$E_r \approx H_\varphi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{p+1}} \frac{1}{w_0} R_0 L_p^1(2 \cdot R_0^2) \exp(-R_0^2) \quad (2)$$

$$E_z = i \frac{1}{\pi \sqrt{\pi}} \frac{\lambda}{w_0} \frac{1}{w_0} \sqrt{(p+1)} \exp(-R_0^2) \left[L_p(2R_0^2) + L_{p+1}(2R_0^2) \right] \quad (3)$$

Приблизительное равенство E_r и H_φ имеет место при условии: $\frac{\lambda^2}{\pi^2 w_0^2} \ll 1$.

Приведенный метод расчета для моды с азимутальным направлением поля не может быть формально перенесен и на радиально направленное поле. Действительно, представление поля в виде $\mathbf{H} = H_r(r, z) \cdot \mathbf{e}_r(\varphi)$ противоречит уравнению $\nabla \mathbf{H} = 0$. С физической точки зрения это означает, что азимутально-поляризованная мода (при отсутствии других компонент этого же поля) существует, а мода с чисто радиальным направлением поля - нет. Приведенный метод позволяет вычислять компоненты полей для двух классов мод:

$$\mathbf{H} = H_\varphi(r, z) \cdot \mathbf{e}_\varphi(\varphi), \quad \mathbf{E} = E_r(r, z) \cdot \mathbf{e}_r(\varphi) + E_z(r, z) \cdot \mathbf{e}_z.$$

$$\mathbf{E} = E_\varphi(r, z) \cdot \mathbf{e}_\varphi(\varphi), \quad \mathbf{H} = H_r(r, z) \cdot \mathbf{e}_r(\varphi) + H_z(r, z) \cdot \mathbf{e}_z$$

Система двух уравнений: волнового и $\nabla \mathbf{E} = 0$ аддитивна. Это, в частности, означает, что уравнениям Максвелла также соответствует суперпозиция таких мод с произвольными комплексными коэффициентами.

1.2. Продольная компонента поля

В связи с изучением ПНМ особый интерес представляет компонента поля, направленная вдоль вектора распространения электромагнитной волны. Такое направление противоречит поперечной природе электромагнитной волны, поэтому эта компонента поля называется продольной, а энергия, связанная с этой компонентой поля не переносится. Одним из приближений классической теории, касающейся параксиальных пучков, является пренебрежение этой компонентой поля. Однако, в ПНМ, при острой фокусировке, такое пренебрежение является совершенно неоправданным ни с физической, ни с математической точек зрения. Причина этого в том, что продольная компонента поля имеет максимальную амплитуду там, где «обычная» компонента поля равна нулю. Несмотря на отсутствие глубокого понимания физической природы этой компоненты поля, уже проведены первые эксперименты по его регистрации [5, 6]. Есть и предложения по практическому использованию этой компоненты поля. Продольная компонента электрического поля при острой фокусировке может быть использована для ускорения релятивистских электронов. [7,8].

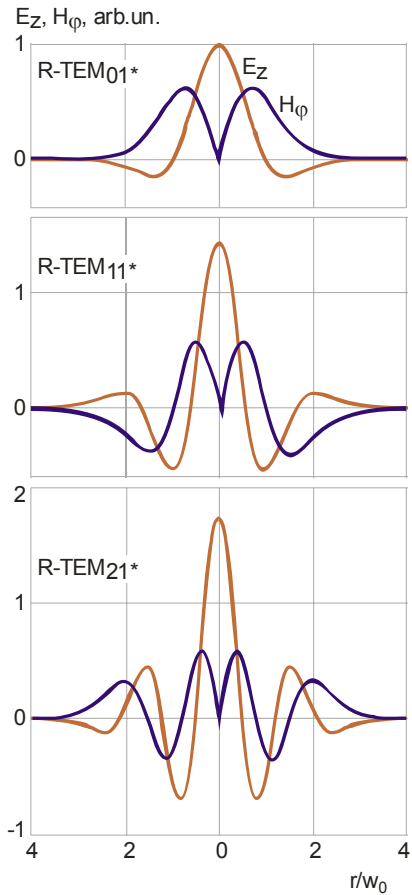


Рис.2. Рассчитанные распределения продольной компоненты электрического поля E_z и азимутальной компоненты магнитного поля H_ϕ в перетяжке для радиально поляризованных мод различного порядка.

Анализ приведенных выше формул дает несколько характерных особенностей этой компоненты поля, параллельной волновому вектору.

1. Максимум этого поля находится на оси пучка, там, где магнитное поле и радиальная компонента электрического поля равны нулю.
2. Это поле имеет дополнительный множитель, определяющий его порядок малости λ/w_0 по сравнению с H_ϕ и E_r .
3. Мнимая единица в выражении для E_z свидетельствует о том, что эта компонента поля изменяется во времени со сдвигом фаз в четверть длины волны по отношению к магнитному полю. Это приводит к тому, что усредненный по времени вектор Пойнтинга, связанный с этой компонентой поля, равен нулю. Энергия электрического поля, связанная с этой продольной компонентой поля не переносится.

Встречающееся в литературе объяснение [6], что непереносимость этой компоненты связана с отсутствием магнитного поля на оси пучка, является неточным. Магнитное поле и продольная компонента электрического поля имеют перекрывающиеся распределения по радиусу, однако, согласно полученному выражению, во всех точках поперечного сечения луча в перетяжке усредненный по времени вектор Пойнтинга, связанный с продольной компонентой поля, равен нулю. На Рис.2 представлены распределения H_ϕ и E_z для радиально-поляризованных мод R-TEM $_{p1}^*$ с $p=0, 1, 2$.

1.3. Приближение Дебая для острой фокусировки

Приведенную методологию расчетов следует распространить и на приближение Дебая: метод расчета полей в фокальной плоскости линзы [9-12]. Расчет распределения для азимутально-поляризованной компоненты не имеет внутренних противоречий, результаты расчета находятся в согласии с уравнением Максвелла $\nabla E=0$. Полученное решение, например, для магнитного поля $H_\phi(r, z)$ позволяет, вычислить радиальную и продольную компоненты электрического поля

$$E_r = \frac{1}{ik} \frac{\partial H_\phi}{\partial z}; \quad E_z = i \frac{1}{kr} \frac{\partial(rH_\phi)}{\partial r}.$$

Приведем выражения для компонент полей для этого случая.

$$\begin{aligned} H_\phi(r, z) &= k \int_0^{\theta_1} H_{\phi 0}(f \sin \alpha) \sqrt{\cos \alpha} J_1(k \rho \sin \alpha) \exp(ikz \cos \alpha) \sin \alpha \, d\alpha \\ E_r(r, z) &= k \int_0^{\theta_1} H_{\phi 0}(f \sin \alpha) \sqrt{\cos \alpha} J_1(k \rho \sin \alpha) \exp(ikz \cos \alpha) \sin \alpha \cos \alpha \, d\alpha \\ E_z(r, z) &= -i \cdot k \int_0^{\theta_1} H_{\phi 0}(f \sin \alpha) \sqrt{\cos \alpha} J_0(k \rho \sin \alpha) \exp(ikz \cos \alpha) \sin \alpha^2 \, d\alpha \, d\beta \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь θ_1 угол, определяемый апертурой пучка и фокусным расстоянием линзы. Распределение полей в перетяжке соответствует условию $z=0$. Аналогичные формулы могут быть записаны и для компонент поля $E_\phi(r, z)$, $H_r(r, z)$, $H_z(r, z)$. В этом случае, в качестве начального поля берется электрическое поле с азимутальной поляризацией $E_{\phi 0}(r)$. Использование приближения

Дебая для линейно или радиально поляризованного излучения приводит к формальному противоречию с уравнением $\nabla \mathbf{E} = 0$.

Рассмотрим особенности когерентного сложения двух встречных пучков с образованием стоячей волны. Возьмем для определенности совершенно одинаковые встречно направленные пучки с нулевым сдвигом фаз. Азимутально поляризованные поля $H_\phi(r, z)$ оказываются противоположно направленными и результирующее поле определяется выражением $H_\phi(r, z) - H_\phi(r, -z)$. Далее, через уравнения Максвелла находятся компоненты электрического поля E_r и E_z . Для стоячей волны получаем выражения:

$$\begin{aligned} H_\phi(r, z) &= 2ik \int_0^{\theta_1} H_{\phi 0}(f \sin \alpha) \sqrt{\cos \alpha} J_1(k \rho \sin \alpha) \sin(kz \cos \alpha) \sin \alpha \, d\alpha \\ E_r(r, z) &= 2k \int_0^{\theta_1} H_{\phi 0}(f \sin \alpha) \sqrt{\cos \alpha} J_1(k \rho \sin \alpha) \cos(kz \cos \alpha) \sin \alpha \cos \alpha \, d\alpha \\ E_z &= -2k \int_0^{\theta_1} H_{\phi 0}(f \sin \alpha) \sqrt{\cos \alpha} J_0(k \rho \sin \alpha) \sin(kz \cos \alpha) (\sin \alpha)^2 \, d\alpha \end{aligned} \quad (5)$$

Видно, что в перетяжке, $z=0$, для компонент полей H_ϕ и E_z имеем узлы стоячей волны, а для компоненты E_r – пучность (на оси луча, E_r всегда равно нулю). Получилась уникальная ситуация, при которой в начале координат все три компоненты поля равны нулю. Более подробно эта особенность будет обсуждаться в следующем разделе.

Типичными условиями, при которых реализуются стоячие волны, являются оптические резонаторы, то есть наличие отъюстированных отражающих зеркал, формирующих встречные потоки излучения. В случае стоячей волны энергия не переносится и для поперечной компоненты поля. Однако, для поперечной компоненты поля физическая причина этого явления совершенно иная, чем для продольной компоненты. Продольная компонента поля, не переносящая энергии, существует как в бегущей, так и в стоячей волне.

Интересно проследить за соотношением фаз в компонентах полей для бегущей и стоячей волны. Рассмотрим вначале бегущую волну. Пусть временная зависимость представлена в виде: $H_\phi \sim \sin(\omega t)$. Тогда, согласно формулам (4), с учетом фазовых соотношений $E_r \sim \sin(\omega t)$, а $E_z \sim \cos(\omega t)$. Там, где амплитуды полей не равны нулю, усредненное по времени произведение H_ϕ и E_r не равно нулю, что означает перенос энергии в направлении волнового вектора. Однако произведение H_ϕ и E_z пропорционально $\sin(2\omega t)$ и усреднение по времени дает ноль вне зависимости от амплитуд этих полей.

В случае стоячей волны, формулы (5), имеем следующие временные зависимости: $H_\phi \sim \sin(\omega t)$, $E_r \sim \cos(\omega t)$, $E_z \sim \cos(\omega t)$. Это означает отсутствие усредненного по времени переноса энергии для обеих компонент поля E_r и E_z , что справедливо для точек с любыми пространственными координатами.

2. Методы генерации пучков с осесимметричной поляризацией.

Существуют два принципиальных способа получения осесимметрично поляризованного излучения: внутррезонаторный и внрезонаторный. В первом случае в составе резонатора используют осесимметричные поляризационно-селективные оптические элементы. Этот метод является предпочтительным для мощных лазеров, обычно имеющих высокий коэффициент усиления активной среды, низкую добротность резонатора и относительно низкое качество излучения. Ниже дается краткий обзор прогресса дифракционных зеркал для этих целей.

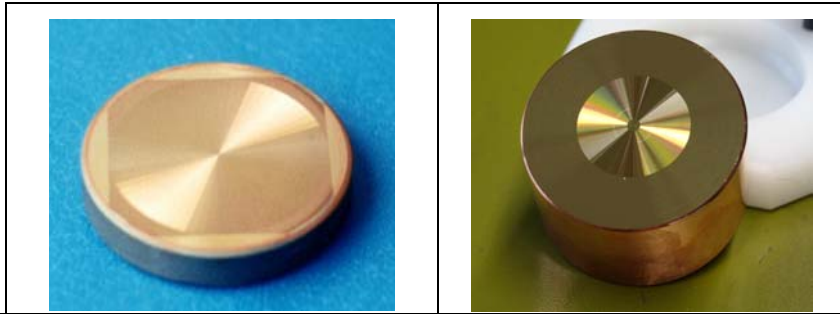
Внрезонаторные методы формирования ПНМ основаны на когерентной суперпозиции пары обычных мод с помощью интерферометра. Такая техника удобна для лазеров с малой длиной волны, низким коэффициентом усиления и высокой добротностью резонатора. Излучение таких лазеров обладает высоким качеством, имеет высокую пространственную и временную когерентность. Далее излагаются результаты экспериментов по генерации ПНМ с помощью Sagnac интерферометра.

2.1. Дифракционные зеркала для внутррезонаторного метода генерации ПНМ.

Свойство поляризационной селективности дифракционных решеток известно давно и использовалось для разных целей. Например, в [13] подробно описана сама решетка такого типа и технология ее изготовления. Предлагалось использовать такую решетку в качестве расщепителя.

В работе [14] для задания определенного направления линейной поляризации было использовано свойство поляризационной селективности дифракционных решеток. Для этой цели использовалась дифракционная решетка с металлическим покрытием. Решетка с периодом

$d=12\text{мкм}$ была установлена в технологическом CO_2 -лазере. Излучение падало на решетку по нормали к поверхности. Была достигнута степень поляризации линейно поляризованного излучения 98.5% при максимальной выходной мощности 2.3 кВт.



Год изготовления	2000	2006
Производитель	ИПЛИТ РАН	II-VI USA
Технология	Фотолитография, химическое травление меди	Алмазное точение, золотое покрытие
Параметры	94% - 72%	94% - 20%
Стоимость	-----	~ \$1000

В работе [15] использовались те же параметры штрихов рельефа, та же технология ее производства, что и в [14], однако рисунок рельефа был адаптирован под генерацию радиально поляризованного излучения. Это дифракционное зеркало использовалось в качестве глухого зеркала резонатора.

Дифракционное зеркало было изготовлено методом фотолитографии с использованием жидкостного травления. Коэффициент отражения волны с вектором электрического поля, направленного вдоль штрихов ρ_{\parallel} составил 94%, а для волны с вектором электрического поля, перпендикулярным штрихам ρ_{\perp} - 72%. В таблице представлено сравнение параметров отражательных дифракционных зеркал в исторической перспективе.

2.2. Внерезонаторный метод генерации ПНМ с помощью Sagnac интерферометра

Главным преимуществом внерезонаторных интерферометрических методов для формирования ПНМ является универсализм. Таким способом, можно формировать любые типы ПНМ, в принципе такой метод применим для любой длины волны.

В наших экспериментах в качестве источника излучения использовался гелий-неоновый многомодовый лазер. Мода TEM_{01} с контролируемым направлением поляризации выбирается диафрагмой. Взаимная ориентация модовой структуры и направления поля может изменяться путем вращения вокруг оси пучка полуволнового фазосдвигателя.

Среди множества схем интерферометров выделяется Sagnac интерферометр. Его отличительной особенностью является то, что оба интерферирующих луча после расщепителя проходят один и тот же путь, двигаясь в противоположных направлениях. В результате, они опять приходят на расщепитель, на котором интерферируют. Такая схема является наиболее устойчивой к внешним воздействиям на оптическую систему [16, 17]. На Рис.3а приведена упрощенная схема интерферометра, построенная на стандартных оптических элементах. После поляризационного расщепителя два луча имеют взаимно перпендикулярные поляризации, см. Рис.1.

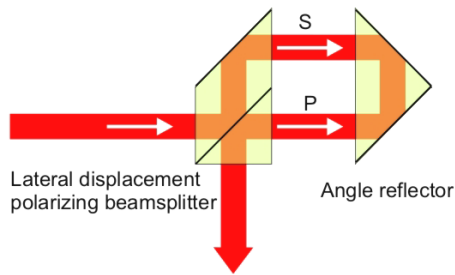
Кроме поляризации необходимо правильно взаимно сориентировать сами моды см. Рис.1. Делается это путем введения в оптическую схему Dove призмы, Рис.3б. В результате, мы имеем два оптических элемента, способных поворачивать распределение поля в поперечном сечении луча, это уголкового отражателя и Dove призма. Суммарный поворот сечения луча после прохождения этих двух элементов равен удвоенному углу между осями призмы и уголкового отражателя. А направление поворота зависит от последовательности этих элементов по ходу луча. Поскольку два луча пересекают эти оптические элементы во встречных направлениях, повороты сечений этих лучей будут также в противоположных направлениях.

Итак, необходимо повернуть Dove призму вокруг оптической оси на угол 22.5° , Рис.3с. Тогда сечение каждого луча повернется на 45° в разные стороны, а ориентация распределений поля в двух лучах изменится с одинаковой (сразу после расщепителя) на взаимно перпендикулярную, при интерференции.

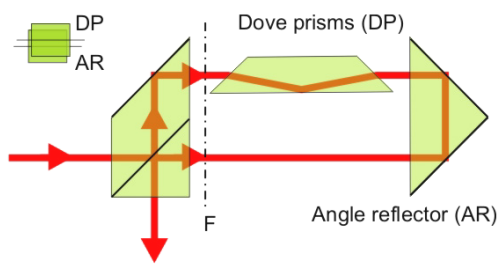
Два полуволновых фазосдвигателя на входе и выходе Dove призмы необходимы, чтобы избежать искажения поляризации при пересечении Dove призмы. Фазосдвигатели изменяют поляризацию встречных лучей таким образом, чтобы поле было направлено параллельно или перпендикулярно оси призмы. Второй фазосдвигатель восстанавливает исходную поляризацию

после прохождения призмы. Таким образом, оси поляризаторов параллельны, однако образуют угол 10.25° с осью призмы, Рис.4.

(a)



(b)



(c)

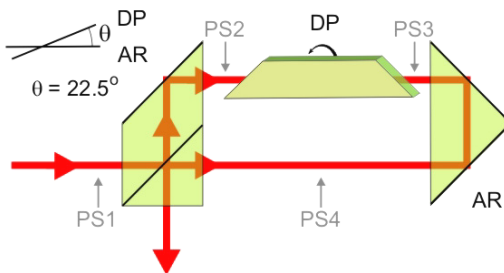


Рис.3. Схема Sagnac интерферометра. Упрощенная схема (a); P и S – соответствующие поляризации двух лучей после расщепителя. Схема с Dove призмой (b). Модифицированный Sagnac интерферометр для генерации лучей с неоднородной поляризацией (c).

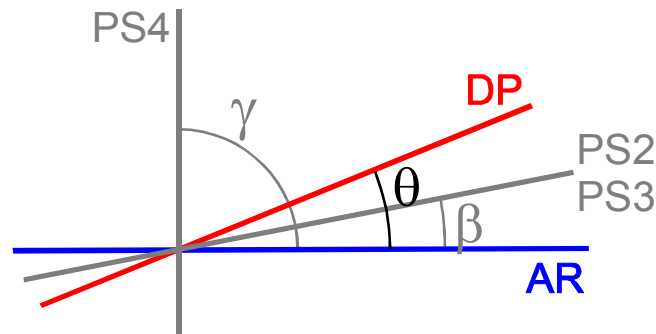


Рис.4. Графическое пояснение по установке полуволновых фазосдвигателей в экспериментальной установке. Здесь $\beta = 10.25^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, and $\theta = 22.5^\circ$.

Еще один полуволновой фазосдвигатель, PS4, установлен для регулировки фазы между двумя интерферирующими лучами. Его ось лежит в плоскости рисунка, а регулировка сдвига фаз осуществляется поворотом фазосдвигателя вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка.

На Рис.6 представлено семейство ПНМ, которые можно получать с помощью предложенной схемы. На Рис.7 показаны экспериментальные результаты по диагностике ПНМ: моды Рис.6е и моды с радиальной поляризацией излучения, Рис.6а. Обе моды имеют кольцеобразное распределение интенсивности. Белая линия на рисунках – ось поляризатора-анализатора.

Предложенная схема имеет две очень важных особенности. Такая схема весьма устойчива к разъюстировке и она имеет высокую (вплоть до 100% при качественной оптике) эффективность в однолучевом выходе.

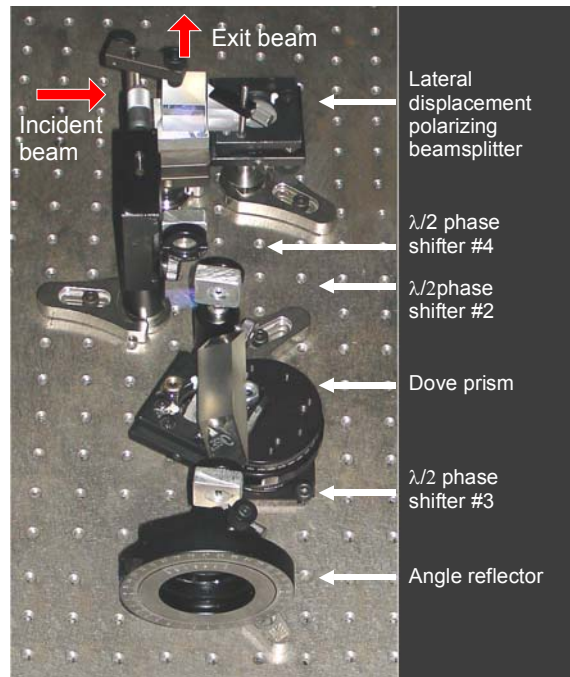


Рис.5. Модернизированный Sagnac интерферометр на оптическом столе.

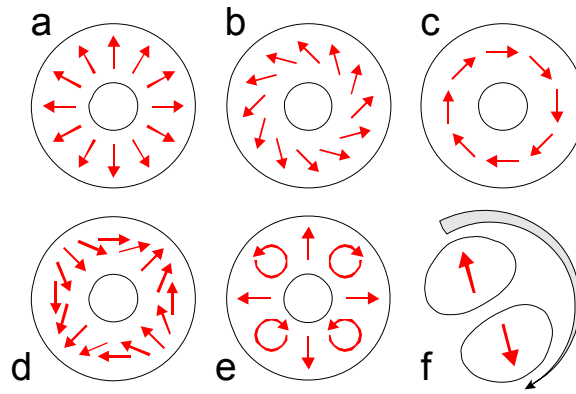


Рис.6. Несколько примеров резонаторных мод с неоднородной поляризацией.

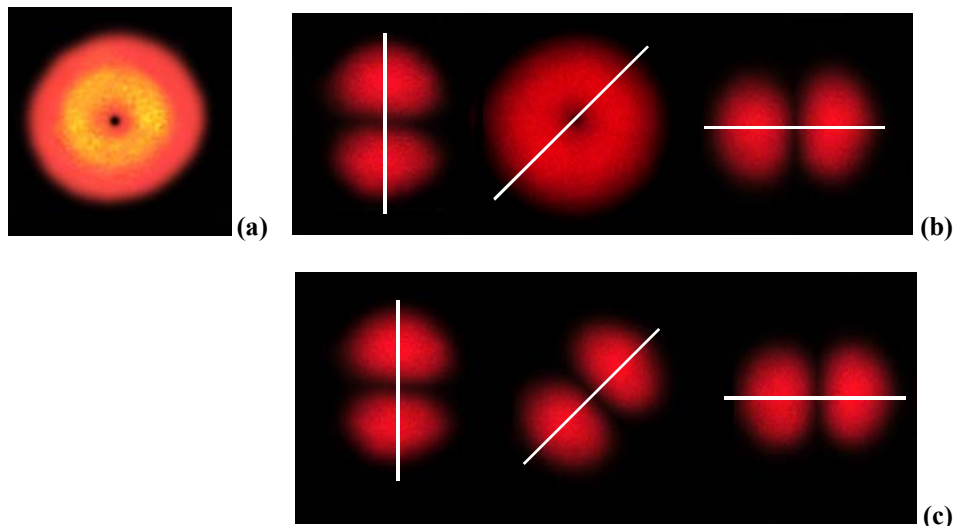


Рис.7. Экспериментально наблюдаемые моды с неоднородной поляризацией. а) Распределение интенсивности в поперечном сечении лазерного луча. б) Диагностика моды с неоднородной поляризацией, Рис.6е. Распределение интенсивности сразу за поляризатором-анализатором. Белая линия – ось поляризатора. с) Диагностика радиально поляризованного излучения, Рис.6а.

3. Сферические моды

Здесь мы рассмотрим физически интересный сферический случай, как предельную ситуацию острой фокусировки. Здесь мы имеем аналогичную ситуацию, как и при рассмотрении лазерных пучков в цилиндрических координатах. По аналогии с предыдущим случаем будем искать решение в классе азимутально-поляризованных мод при осевой симметрии распределения амплитуды поля $\mathbf{H} = H_\phi(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_\phi$. Уравнение $\nabla \mathbf{E} = 0$ в этом случае удовлетворяется, а векторное волновое уравнение сводится к скалярному:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial H_\phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial H_\phi}{\partial \theta} \right) - \frac{H_\phi}{r^2 \sin \theta} + k^2 H_\phi = 0$$

Общее решение этого уравнения записывается как:

$$H_\phi(r, \theta) = \text{Const} \cdot P_n^1(\cos \theta) \cdot j_n(kr) \quad (6)$$

P_n^1 - присоединенные полиномы Лежандра первого рода, первого порядка, степени n .

j_n - сферическая функция Бесселя первого рода. При выборе этой функции выражение описывает стоячую волну, являющуюся результатом суперпозиции сходящейся и расходящейся волн.

Из уравнения $\text{rot} \mathbf{H} = i k \mathbf{E}$ находятся компоненты электрического поля:

$$E_r(r, \theta) = -C i n(n+1) P_n(\cos \theta) j_n(kr) \frac{1}{kr} \quad (7)$$

$$E_\theta(r, \theta) = -C i P_n^1(\cos \theta) \left[\frac{n+1}{2n+1} j_{n-1}(kr) - \frac{n}{2n+1} j_{n+1}(kr) \right] \quad (8)$$

Здесь $P_n = P_n^0$. Вычислим поток энергии через сферу в виде сходящейся и расходящейся волн:

$$P_{\text{rad}} = c_{\text{light}} \int_0^\pi 2\pi (r \sin \theta) \cdot (E_\theta^2(r, \theta) + H_\phi^2(r, \theta)) \cdot (r d\theta),$$

воспользовавшись известным выражением

$$\int_{-1}^1 [P_n^1(x)]^2 dx = \frac{n(n+1)}{2n+1}$$

Это позволяет вычислить константу в наших выражениях для компонент полей мод разного порядка при условии постоянства потока энергии.

$$P_{\text{rad}} = 2\pi \frac{C^2}{k^2} c_{\text{light}} \frac{n(n+1)}{2n+1}$$

Энергия поля, связанная с нераспространяющейся компонентой поля E_r может быть вычислена путем интегрирования по объему.

$$W_{\text{non}} = \int_0^\pi \int_0^\infty 2\pi r^2 \sin \theta [E_r(r, \theta)]^2 d\theta dr$$

Из физических соображений понятно, что все три компоненты поля H_ϕ , E_r , E_θ должны быть равны нулю в центре сферы, что накладывает ограничение на выбор порядка моды $n=2, 3, 4, \dots$. Вектор Пойнтинга, вычисленный с компонентами H_ϕ , E_θ , направлен по радиусу и определяет сходящуюся и расходящуюся волны. Поле E_r является неизлучательным. Распределения полей по полярному углу определяются соответствующими полиномами Лежандра и представлены на Рис.8. Следует обратить внимание, что с ростом номера моды растет и количество лепестков в распределении полей H_ϕ , E_r , E_θ , однако пространственная локализация этих компонент различна. Поле E_r максимальной амплитуды локализуется на полюсах, в то время, как H_ϕ , E_θ на полярной оси, естественно, равны нулю.

Радиальные зависимости компонент поля H_ϕ , E_r , E_θ представлены на Рис.9.

Масштаб двух кривых на рисунках для $n=2$ и $n=16$ разный. Он выбран таким образом, чтобы максимальные амплитуды полей были примерно одинаковы. Сделано это, чтобы подчеркнуть важную качественную особенность приведенных распределений. Радиус зоны нулевого поля в центре сферы для всех трех компонент поля H_ϕ , E_r , E_θ растет с ростом номера моды. Напомним, что этот важный физический результат, получен из решений, соответствующих уравнениям Максвелла. Такое поведение полей означает, что поле мод высокого порядка не проникает в центр сферы. Сходящаяся волна такой структуры поля «отражается» от сферы радиуса порядка n/k .

Другая качественная особенность приведенных распределений в том, что продольное поле падает по радиусу быстрее, чем компоненты H_φ , E_θ . В выражении для амплитуды поля есть дополнительный множитель $1/kr$. Практически это означает, что продольное поле локализовано в некоторой «сферической оболочке», радиус и толщина которой растут с ростом номера моды. Это также наглядно видно на контурных рисунках мод различного порядка, Рис.10.

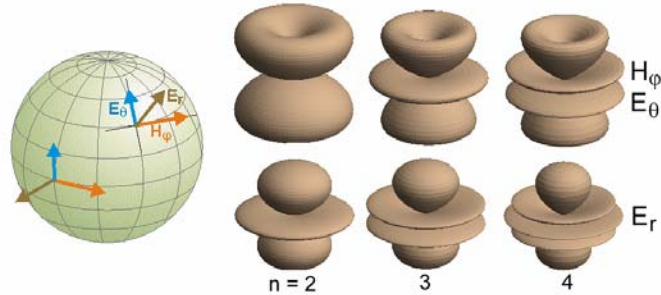


Рис.8. Распределения компонент полей H_φ , E_r , E_θ в системе координат: азимутальный - полярный угол для сферических мод различного порядка.

На Рис.11. представлены кривые изменения амплитуды всех трех компонент полей в максимуме как функции порядка моды. Расчеты проведены по формулам с коэффициентами, для постоянного потока излучательной энергии из сферы. Все три кривые приведены в едином согласованном масштабе. Положение максимумов компонент полей в координатах θ , r приведено на Рис.10. Координата r_{\max} , соответствующая максимальному значению поля для всех компонент H_φ , E_r , E_θ определяется простой формулой $kr_{\max} \approx n$. Максимум неизлучательного поля всегда находится при $\theta_{\max} = 0$. Для компонент H_φ , E_θ $\theta_{\max} = 45^\circ$ при $n=2$ и стремится к нулю с ростом n .

Мы рассмотрели задачу в следующей последовательности: нахождение магнитного поля H_φ , вычисление двух компонент электрического поля E_r , E_θ . Конечно, можно решать задачу и «в обратном направлении»: найти азимутально направленное электрическое поле E_φ и затем вычислить компоненты магнитного поля H_r , H_θ , получив другую моду с «противоположной ориентацией полей». Здесь, как и в первом случае, уравнение Максвелла $\nabla \mathbf{E} = 0$ выполняется. В этом случае «не распространяющейся компонентой» является магнитное поле, направленное по радиусу H_r .

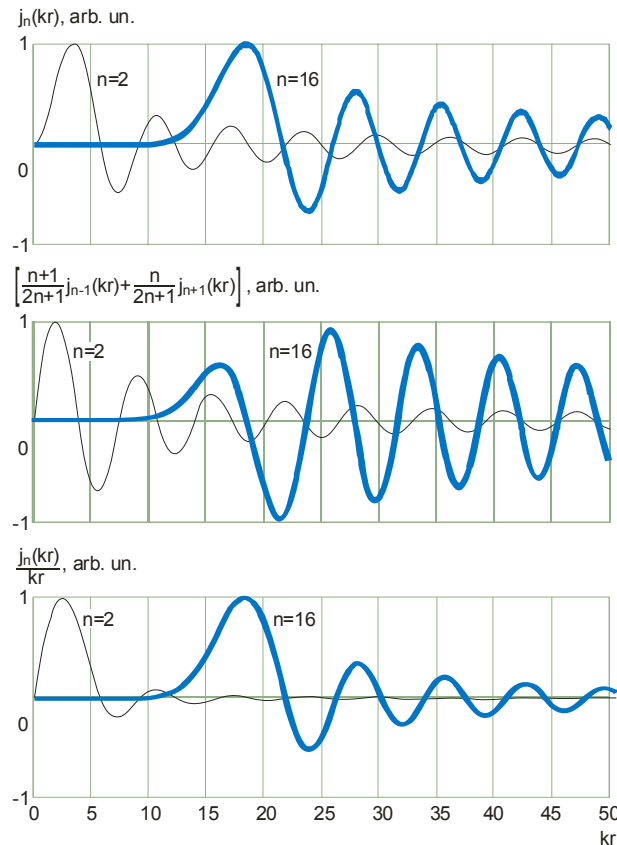


Рис.9. Радиальная зависимость компонент полей H_φ , E_θ , E_r для мод различного порядка.

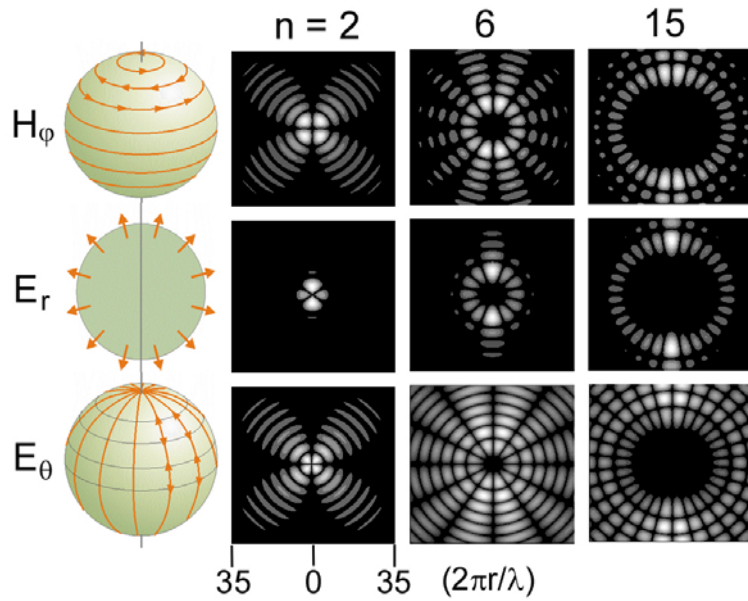


Рис.10. Распределения компонент полей H_ϕ , E_r , E_θ в системе координат: радиус - полярный угол для сферических мод различного порядка.

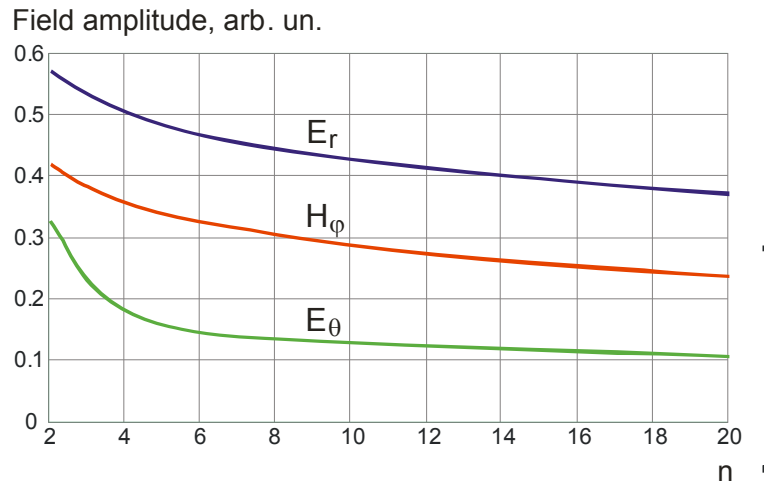


Рис.11. кривые изменения амплитуды компонент полей H_ϕ , E_r , E_θ в максимуме как функции порядка моды.

Заключение

Для описания азимутально и радиально поляризованных мод предложен метод, не содержащий внутренних противоречий и необоснованных ограничений, как это имеет место в скалярной теории Лагер-Гауссовых мод. Решения в классе азимутально поляризованных мод с осевой симметрией распределения поля находятся в согласии с уравнением Максвелла $\nabla \mathbf{E} = 0$, а волновое уравнение приводится к скалярному виду. Это позволило для этих мод аналитически вычислить все компоненты полей, включая продольную компоненту. Продольное поле имеет временной фазовый сдвиг, так что энергия, связанная с этим полем не переносится. Приведены формулы по распределению полей при острой фокусировке для ПНМ произвольного порядка.

В работе представлен анализ эволюции дифракционных зеркал, используемых для генерации ПНМ в мощных CO_2 -лазерах. Для лазеров низкой мощности перспективной схемой является внрезонанная векторная суперпозиция обычных мод TEM_{p1} ($p=0, 1, 2, \dots$) с использованием Sagnac интерферометра. Такой метод отличается высокой эффективностью, стабильностью и универсальностью. В работе приведены экспериментальные результаты по этой схеме.

Получены оригинальные результаты расчетов сферических мод высокого порядка. В центре сферы есть особая зона, диаметр которой увеличивается с увеличением порядка моды. В этой зоне все компоненты электрического и магнитного поля равны нулю.

Литература

1. S. Solimeno, B. Crosignani, P. DiPorto, "Guiding, Diffraction and Confinement of Optical Radiation", Academic Press, New York, 1986.
2. Pressley R.J. (ed) Handbook of Laser with Selected Data on Optical Technology, Cleveland: Chemical Rubber Company, 1971,.
3. M. Lax, W. Louisell and W. Mc Knight, From Maxwell to paraxial wave optics Phys. Rev. A 11 1365-70, 1975.
4. A.V. Nesterov, V. G. Niziev, "Laser Beams with Axially Symmetric Polarization," J. of Phys. D: Appl. Phys. 33, 1817-1822, 2000.
5. R. Dorn, S. Quabis, And G. Leuchs, "Sharper Focus for a Radially Polarized Light Beam," Phys. Rev. Lett. 91, 233901, 2003.
6. G. Miyaji, N. Miyayama, K. Tsubakimoto, K. Sueda, and K. Ohbayashi Intense longitudinal electric fields generated from transverse electromagnetic waves Applied Physics Letters 84, 19 p.3855-3857, 2004.
7. S. C. Tidwell, D. H. Ford, W. D. Kimura, "Generating Radially Polarized Beams Interferometrically," Appl. Opt. 29, 2234-2239, 1990.
8. S. C. Tidwell, G. H. Kim, W. D. Kimura, "Efficient Radially Polarized Laser Beam Generation with a Double Interferometer," Appl. Opt. 32, 5222-5229, 1993.
9. A.V. Nesterov, V. G. Niziev, "Propagation Features of Beams with Axially Symmetric Polarization," J. Opt. B: Quantum and Semiclassical Opt. 3, 215-219, 2001.
10. J. Stamnes Waves in Focal Regions The Adam Hilger Series on Optics and Optoelectronics Bristol: Institute of Physics Publishing, 1986.
11. S. Quabis, R.Dorn, M. Eberler, O. Glöckl, G. Leuchs The focus of light – theoretical calculations and experimental tomographic reconstruction. Appl. Phys. B 72, 109-113, 2001.
12. Yuichi Kozawa and Shunichi Sato Focusing Properties of a double-ring-shaped radially polarized beam Optics Letters 31, 6, p. 820-822, 2006.
13. H. Haidner, P. Kipfel, J. Sheridan, J. Schwider, N. Strebl, J. Lindolf, M. Collischon, A. Lang, J. Hutfless « Polarizing reflection grating beamsplitter for the 10.6 mm wavelength» Optical Engineering" v.32, n.8, p.1860, 1991.
14. Jakunin V., Balykina E., Manankova G., Novikova L., Seminogov V. Diffraction polarizing mirror for resonators of high power CO₂-lasers. Proc. of the VIth International conference «Laser Technology '98» (ILLA'98), Shatura: NICTL-RAN, p. 60, 1998
15. A.V. Nesterov, V. G. Niziev, V. P. Yakunin, "Generation of High-Power Radially Polarized Beam" J. of Phys. D: Appl. Phys. 32, 2871-2875, 1999.
16. P. T. Beyersdorf, M. M. Fejer, K. L. Byer, "Polarization Sagnac interferometer with postmodulation for gravitational-wave detection," Opt. Lett. 24, 1112-1114, 1999.
17. J. Hwang, M. M. Fejer, W. E. Moerner, "Scanning interferometric microscopy for the detection of ultrasmall phase shifts in condensed matter," Phys. Rev. A 73, 021802(R), 2006.